

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Métodos Matemáticos em Ciências Sociais Avançadas
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/07
Segunda Prova

Questões

1. Resolva o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$y' = -2y + 2x + 12$$

$$x' = y - 3x - 12$$

$$y(0) = -2$$

$$x(0) = 5$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(t) = 2e^{-1t} - 7e^{-4t} + 3$
 $x(t) = e^{-1t} + 7e^{-4t} - 3$

2. Resolva o seguinte sistema de equações em diferença:

$$y_{t+1} = y_t + 5x_t - 10$$

$$x_{t+1} = 0.25y_t - x_t + 10$$

$$y_0 = 6$$

$$x_0 = -1$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y_t = 20(1.5)^t + 10(-1.5)^t - 24$
 $x_t = 2(1.5)^t - 5(-1.5)^t + 2$

3. Imaginemos duas firmas (A e B) que estabelecem uma guerra de preços. No período t , a firma A estabelece seu preço da seguinte forma:

$$P_t^A = P_{t-1}^A - \hat{a}(P_{t-1}^A - P_{t-1}^B)$$

ou seja, no período t , a firma A estabelece seu preço segundo o preço do período anterior mais a diferença entre seu preço no período anterior e o preço da concorrente (também no período anterior). Por exemplo, se o preço dela era superior ao da concorrente, existirá uma tendência (dado pelo coeficiente \hat{a}) a cair o preço.

A formação de preços da firma B estará dada pela seguinte expressão:

$$P_t^B = P_{t-1}^B - \hat{a}(P_{t-1}^B - P_{t-1}^A)$$

Suponha que $\hat{a} + \hat{a} < 1$ e que os preços de ambas as firmas no período zero são P_0^A e P_0^B . Resolva o modelo e veja em que medida a trajetória dos preços converge ou não.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta:

$$P_t^A = (P_0^A + P_0^B)/2 + [(P_0^A - P_0^B)/2] (1 - \hat{a} + \hat{a})^t$$

$$P_t^B = (P_0^A + P_0^B)/2 + [(P_0^A - P_0^B)/2] (1 - \hat{a} + \hat{a})^t$$

Uma vez que $\hat{a} + \hat{a} < 1$, a trajetória dos preços será convergente não oscilante.

4. Imagine o seguinte modelo:

$$I' = \hat{a} I - [\hat{a} K^{\hat{a}-1}]/2$$

$$K' = I - \hat{a} K$$

onde: I = investimento; K = capital; \hat{a} é a taxa de depreciação do capital e \hat{a} é um parâmetro da função de produção da firma com $0 < \hat{a} < 1$.

Desenhe o diagrama de fase.

(Esta questão vale três pontos)

